

OAM 2005 - Nível 2

Parte A - Cada questão vale 5 pontos

1. Calcule a soma dos dígitos do número obtido com a seguinte divisão:

$$\begin{array}{r} 123\dots 9 + 234\dots 91 + \dots + 9123\dots 78 \\ \hline 45 \end{array}$$

2. Calcule a área da região \mathcal{S} , sabendo que o quadrado tem lado 2 e M, N, P e Q são pontos médios.

M

Q \mathcal{S} N

P

3. Encontre o numerador da fração

$$\frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 10} + \dots + \frac{1}{2002 \cdot 2005},$$

escrita na sua forma irreduzível.

4. Um retângulo de lados inteiros m e n é dividido em quadrados de lado 1. Um raio de luz entra no retângulo por um dos vértices, na direção da bissetriz do ângulo reto, e é refletido sucessivamente nos lados do retângulo. Quantos quadrados são atravessados pelo raio de luz?

Parte B - Cada questão vale 10 pontos

5. Decida se o seguinte número é primo, justificando:

$$(2005)^4 + 2^{42}.$$

6. Será que existe um múltiplo de 2005 que se escreve utilizando apenas zeros e uns?