

1^a Olimpíada Alagoana de Matemática

Competição Prof. Edmilson Pontes - Nível 3

30 de Agosto de 2003

1. No plano encontram-se distribuídos 2003 pontos. Mostre que é possível escolher uma reta passando em um destes pontos de modo que em cada lado da reta existam exatamente 1001 pontos.
2. Num dia de sol, um matemático encontrou uma velha conhecida parada em frente a uma determinada casa. Travou-se a seguinte conversa:
M - Como estão os 3 filhos da senhora?
S - Vão bem, obrigada.
M - Qual é mesmo a idade deles?
S - Não vou dizer a você diretamente. Vou lhe dar dicas.
M - Ok!
S - O produto das idades é 36.
M - Não dá para saber só com essa informação.
S - A soma das idades é o número desta casa.
M - Ainda não dá para saber!!
S - O mais velho toca piano.
M - Ok! Agora eu já sei!
Qual a idade dos filhos da senhora?
3. Prove que existem números cuja expansão decimal contém somente o dígito 1 divisíveis por 2003. Mostre ainda que podemos escolher esse número maior que 10^{23} .
4. Dado qualquer conjunto A de 10 inteiros escolhidos entre os números $1, 2, \dots, 99$, prove que é possível escolher dois subconjuntos disjuntos de A com igual soma de seus elementos.

Duração : 4 horas.